

**О Т З Ы В**  
**официального оппонента**  
**на диссертационную работу Гим Метак Хамза гим**  
**«Однопараметрические канонические полугруппы и корректные задачи**  
**без начальных условий для дифференциальных уравнений в банаховом**  
**пространстве»,**  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.02 дифференциальные  
уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Основы теории дифференциальных уравнений вида  $u'(t)=Au(t)$  с неограниченным оператором  $A$  были заложены Э. Хилле, К. Иосидой, Т. Като, И. Миядерой, С.Г. Крейном и другими.

Начиная с работ С.Г. Крейна при исследовании корректной разрешимости начально-краевых задач для эволюционных уравнений и их приложений к задачам для уравнений с частными производными, одним из важнейших стал метод теории линейных полугрупп преобразований. Этой тематике посвящены многие работы и Воронежских математиков М.А.Красносельского, П.Е.Соболевского, В.П.Орлова, А.Г. Баскакова В.А.Костина и др.

В теории уравнений параболического типа важное место занимают однопараметрические полугруппы линейных преобразований  $T(t)$ ,  $t > 0$ , называемые каноническими и определяемые соотношением  $T(\alpha \oplus \beta) = T(\alpha)T(\beta)$ , где  $\alpha, \beta$  -- действительные или комплексные числа. При этом в системе рассматриваемых чисел можно выделить множество полугрупп, соответствующих разнообразным операциям сложения.

В настоящей диссертации используется подход профессора В.А. Костина введения широкого класса канонических полугрупп вида  $T_{\rho, h}(t)\varphi(x) = \varphi[h^{-1}(h(x) + \rho(t))]$ , со сложением  $x \oplus t = \rho^{-1}[\rho(x) + \rho(t)]$ . В случае  $\rho(t) = t$  — сложение обычное и такие полугруппы называются арифметическими.

В диссертации методами теории сильно непрерывных полугрупп устанавливается корректная разрешимость по Ж. Адамару нестационарных задач для уравнения теплопроводности, называемых задачами без начальных условий, которые характерны для уравнений с особенностями, то есть рассматриваемых в неограниченных областях, либо с коэффициентами, имеющими особенность, в частности, вырождающимися.

Понятие корректной разрешимости задач для эволюционных уравнений тесно связано с неравенствами коэрцитивности, дающими оценку сверху нормы решения некоторого эллиптического уравнения через норму известной функции и нормы граничных условий.

В диссертации, по аналогии с системами дифференциальных операторов

Бесова-Никольского вводятся системы  $C_0$ - операторных многочленов, то есть многочленов над полем комплексных чисел от производящего оператора сильно непрерывной полугруппы линейных операторов в банаховом пространстве, для которых устанавливаются неравенства коэрцитивности.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 19 параграфов, литературы из 58 наименований. Общий объем диссертации— 88 страниц.

Первая глава диссертации содержит необходимую терминологию, понятия и общие фундаментальные факты, связанные с общей теорией однопараметрических полугрупп преобразований и, в частности, с каноническими полугруппами. Вводятся понятия арифметических полугрупп и их производящих операторов. Обсуждаются проблемы корректной разрешимости задач по Ж. Адамару и равномерно корректной разрешимости по С.Г. Крейну, их связи с сильно непрерывными полугруппами.

Вторая глава диссертации содержит самостоятельные результаты. Здесь вводятся новые классы полугрупп и их производящих операторов. Изучаются их свойства в функциональных пространствах, введенных в диссертации. Приводятся примеры таких полугрупп и результаты применяются к исследованию корректной разрешимости нестационарных задач без начальных условий для дифференциальных уравнений параболического типа.

В третьей главе диссертации, по аналогии с системами дифференциальных операторов Бесова-Никольского вводятся системы  $C_0$ - операторных многочленов. Полученные результаты применяются к системам операторов с обыкновенными производными, коэффициенты которых имеют особенность, а также к полигармоническим, в смысле С.Л. Соболева, неоднородным уравнениям.

Таким образом, в диссертации:

1. Изучены новые классы нестационарных задач без начальных данных для одномерного уравнения теплопроводности, коэффициенты которого имеют особенности.

2. Введены и изучены новые классы канонических полугрупп линейных преобразований в функциональных пространствах, введенных в диссертации.

3. Впервые установлены неравенства коэрцитивности для  $C_0$ - операторных многочленов.

Все утверждения в диссертации являются новыми. Они сопровождаются полными и подробными доказательствами. Все необходимые сведения, используемые в диссертации, сопровождаются ссылками на соответствующие источники, причем большая часть этих сведений приведена в самой диссертации. Чувствуется, что автор диссертации глубоко освоил методологию исследования профессора В.А. Костина. Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Ее результаты могут найти применение в прикладных работах.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в восьми работах. Три работы опубликованы в журналах из перечня

рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК. Материалы диссертации докладывались на Воронежской зимней математической школе в 2014 г., на Воронежской математической школе "Понтрягинские чтения" в 2013, 2014 гг., на Международной молодежной научной школе "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" в 2012 г., а также на семинарах ВГУ по математическому моделированию (рук.- проф. В.А. Костин) и нелинейному анализу (рук.- проф. Ю.И. Сапронов, проф. Б.М. Даринский).

Имеются следующие замечания и пожелания. В главе 2 следовало бы упомянуть работу Э. Полянского (Полянский Э.А. Метод коррекции решения параболического уравнения в неоднородном волноводе. – М. : Наука, 1985 . – 96 с.). Было бы интересно узнать сохраняется ли утверждение теоремы 2.6.1 в случае дробной производной с  $1 < \alpha < 2$ .

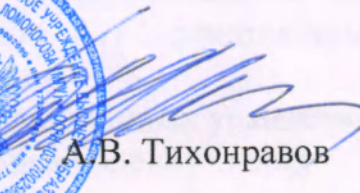
Впрочем, эти замечания не умаляют значимости полученных в диссертации результатов и могут рассматриваться как пожелания дальнейших исследований.

Таким образом, диссертационная работа Гим Метак Хамза гим «Однопараметрические канонические полугруппы и корректные задачи без начальных условий для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве», является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение задач, имеющих важное значение как в теоретических исследованиях дифференциальных уравнений, так и при их численной реализации. Диссертационная работа Гим Метак Хамза гим удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положение о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ, которые предъявляются к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор Гим Метак Хамза гим несомненно заслуживает присуждение ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник  
НИВЦ МГУ имени М.В. Ломоносова

  
С.И. Пискарев

Подпись ведущего научного сотрудника  
Пискарева С.И. заверяю  
Директор НИВЦ МГУ имени М.В. Ломоносова  
доктор физико-математических наук, профессор

  
А.В. Тихонравов

Электронная почта [piskarev@gmail.com](mailto:piskarev@gmail.com)  
Тел. 8-499-191-53-12

